

Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris	CONTROLE ECRIT Matière : IF4-Algo2	Class 14
E.S.I.E.E.	Feuille : 1/1	
SUJET A TRAITER - <u>SANS</u> DOCUMENTS		

Temps : 2 heures

Remis par : **Y.Hamam**
L.Buzer

ENONCE

Problème 1

Une raffinerie doit fournir chaque jour deux qualités **A** et **B** d'essences à partir des constituants **1**, **2** et **3**. On dispose des données suivantes :

Constituant

Constituant	Quantité maximale disponible quotidiennement	Coût unitaire
1	3000	3
2	2000	6
3	4000	4

Essences

Essences	Spécification	Prix de vente unitaire
A	$\leq 30\%$ de 1 $\geq 40\%$ de 2 $\leq 50\%$ de 3	5,5
B	$\leq 50\%$ de 1 $\geq 10\%$ de 2	4,5

1. Modéliser le problème de maximisation du profit (avec justifications).
2. Mettre le problème sous forme standard.

Problème 2

Soit le problème de programmation
linéaire suivant :

$$\begin{array}{ll}
 \max & 8x_1 + 5x_2 \\
 & x_1 + x_2 \leq 6 \\
 & 9x_1 + 5x_2 \leq 45 \\
 & x_1 \geq 0 \\
 & x_2 \geq 0
 \end{array}$$

1. Ecrire la forme standard.
2. Résoudre le problème par la méthode du Simplex.
3. Nous imposons ensuite que les variables soient en nombres entiers :
 - a. Ecrire les coupes de Gomory.
 - b. Résoudre le problème par la méthode de séparation et évaluation.

Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris E.S.I.E.E.	CONTROLE ECRIT N° Matière : Algo2 Date : Feuille : 1/1	Classe I4
SUJET A TRAITER - AVEC DOCUMENTS		

Temps : 2 heures

Remis par : **H. Talbot**
Y. Hamam

ENONCE

Problème 1

Une entreprise spécialisée en peinture et carrosserie peut traiter des cars et des camions. Chaque véhicule doit être traité à la fois par l'atelier carrosserie et par l'atelier peinture dans la même journée. Si l'atelier peinture n'a que des camions à traiter, il pourra réaliser 6 camions par jour. Si l'atelier peinture n'a que des cars à traiter, il pourra réaliser 18 cars par jour. L'atelier de carrosserie, s'il n'a que des camions à traiter pourra en réaliser 15, de même s'il n'a que des cars à traiter, il pourra en réaliser 15. Sachant que le traitement d'un camion produit pour l'entreprise un bénéfice de 4000 Euros et que celui d'un car représente 2000 Euros, on vous demande :

- Formuler le problème d'optimisation correspondant
- Mettre en forme standard
- Résoudre par la méthode du Simplexe (on acceptera les solutions fractionnaires)
- Calculer les coupes de Gomory correspondantes.

Problème 2

On veut remplir un container avec des fluides j de valeurs c_j par kg et de volume a_j en cm^3 par kg. Le volume total du container est $b \text{ cm}^3$.

- Quel sera le chargement qui maximisera le chargement du container ?
- Formuler le dual de ce problème.
- Donner la solution générale.
- Traiter le cas numérique pour $b=37$, et

j	1	2	3	4
c_j	51	43	68	21
a_j	36	27	42	19

- Même question si on ne peut charger plus que w_j kg de chaque produit j

j	1	2	3	4
w_j	3	4	2	5

- Et si l'on impose que les fluides sont disponible en paquets de 1 kg non fractionnable, a-t-on un chargement optimal de la même forme que a).

Contrôle Traitement d'image linéaire – IF4-ALG2

D'après : IUP Technologies Avancées des Sciences du Vivant - Strasbourg

Durée : 1h

Documents non autorisés

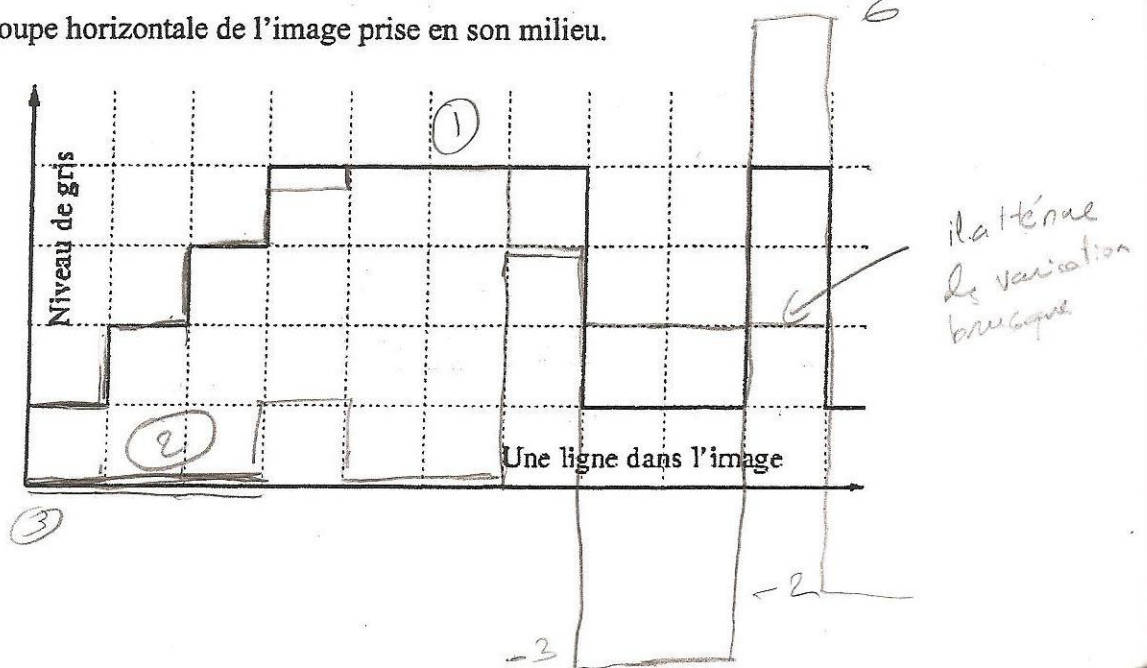
L'application d'un filtre par masque de convolution sur une image est donnée par la relation suivante :

$$(I \star M)(p) = \sum_{q \in M} M(q)I(p - q)$$

On considère l'image I représentée par la figure ci-dessous :

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	2	2	2	2	1	1	2	1
1	2		4	4	4	4	1	1	4	1
1	2		4	4	4	4	1	1	4	1
1	2		4	4	4	4	1	1	4	1
1	2		4	4	4	4	1	1	4	1
1	2		4	4	4	4	1	1	4	1
1	2		4	4	4	4	1	1	4	1
1	2		4	4	4	4	1	1	4	1
1	2	2	2	2	2	2	1	1	2	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Voici une coupe horizontale de l'image prise en son milieu.



Exercice 1 :

Quel est le résultat de l'application des filtres suivants sur l'image I

a) le filtre linéaire de lissage :

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

b) le laplacien version 1 :

0	-1	0
-1	+4	-1
0	-1	0

Quelle est l'utilité de ce filtre et comment l'utilise-t-on ?

c) le laplacien version 2 :

-1	-1	-1
-1	+8	-1
-1	-1	-1

Par rapport au laplacien version 1, quelle est la différence de ce laplacien sur l'image filtrée ?

Exercice 2 : Filtres orientés

Ce sont des filtres qui sont appliqués dans différentes directions sur l'image et recombinaison pour donner une image finale. Dans cet exercice on ne traite que les directions horizontale et verticale. La recombinaison se fait par l'opérateur suivant :

$$I' = \sqrt{(I * M_x)^2 + (I * M_y)^2}$$

a) Le filtre de Prewitt :

+1	0	-1
+1	0	-1
+1	0	-1

M_x

+1	+1	+1
0	0	0
-1	-1	-1

M_y

Ce filtre permet de détecter les contours dans une image. Comment s'utilise-t-il ?

Quel est le résultat de son application sur l'image I ?

Comment peut-on déterminer la direction d'un contour ?

Quelle est la réponse de ce filtre au niveau des coins des contours ?

b) Le filtre de Sobel :

+1	0	-1
+2	0	-2
+1	0	-1

M_x

+1	+2	+1
0	0	0
-1	-2	-1

M_y

Quel est le résultat de son application sur l'image I ?

Quel est l'avantage de ce filtre par rapport au précédent ?

Exercice 3 : questions de cours

- A quoi peut servir la transformée en Z ? $\rightarrow$ elle nous aide à trouver un filtre récursif à réponse impulsionnelle infinie
- Expliquer l'intérêt d'un filtre récursif

$\rightarrow$ facilite l'implémentation

$$\begin{aligned}
 Y(z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u(n) \cdot z^{-n} \\
 g(n) &= u(n) * d(n) \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u(k) d(n-k) \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d(n-k) u(k) \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d(k) u(n-k) \\
 g(n) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d(k) u(n-k)
 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ Sobel plus résistant au bruit que Prewitt
 $\rightarrow$ des résultats identiques en épaisseur et la localisation de contour

Contrôle IF4-ALG2

Opérateurs linéaires pour le traitement d'images (L. Najman)

D'après Michel Couprie.

Durée : 1h

Documents non autorisés

En 1992, J. Shen et S. Castan [1] ont proposé un opérateur de détection de contours optimisant un critère incluant la détection et la localisation. La réponse impulsionnelle d (dans le cas mono-dimensionnel) du filtre de dérivation est définie par :

$$\forall n \in \mathbb{Z}, d(n) = k \operatorname{sgn}(n) e^{-\beta|n|}$$

où $\operatorname{sgn}(n)$ vaut -1 si $n < 0$, 0 si $n = 0$ et $+1$ sinon.

Question 1. Pour un opérateur de détection de contours défini par sa réponse impulsionnelle d , quelle condition de normalisation naturelle peut-on imposer ? En déduire la valeur de la constante k pour l'opérateur de dérivation de Shen-Castan.

Question 2. En vous inspirant de la méthode étudiée en cours, montrez que cet opérateur est équivalent à un opérateur récursif du premier ordre.

Précisez les expressions des coefficients de cet opérateur fonction de β et de k .

Quelles sont les valeurs admissibles pour le paramètre β ?

Question 3. Quelle est l'allure de la réponse impulsionnelle de cet opérateur ? Que contrôle le paramètre β ? Justifiez.

[1] J. Shen, S. Castan : "An optimal linear operator for step edge detection", Computer Vision, Graphics and Image Processing, Vol. 54, No. 2, pp. 112-133, 1992.

I4 Info - Algorithmique 2 - Opérateurs linéaires pour le traitement d'images

1 heure - sans documents

L'opérateur mono-dimensionnel de lissage de Deriche est défini par sa réponse impulsionnelle :
 $S(n) = k(\alpha|n| + 1)e^{-\alpha|n|}$

Question 1. Pour un opérateur de lissage défini par sa réponse impulsionnelle S , la condition de normalisation est :

$$\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S(n) = 1$$

En déduire l'expression du coefficient k en fonction de α .

Question 2. En vous inspirant de la méthode étudiée en cours, montrez que cet opérateur est équivalent à un opérateur récursif de la forme :

$$G(n) = G_-(n) + G_+(n)$$

$$G_-(n) = a_1 F(n) + a_2 F(n-1) + b_1 G_-(n-1) + b_2 G_-(n-2)$$

$$G_+(n) = a_3 F(n+1) + a_4 F(n+2) + b_1 G_+(n+1) + b_2 G_+(n+2)$$

où F désigne le signal d'entrée et G le résultat de l'application de l'opérateur à F .

Précisez les expressions des coefficients de G_- seulement (a_1, a_2, b_1, b_2), en fonction de α et de k (les coefficients de G_+ ne sont pas demandés, les calculs étant quasiment les mêmes).

Quelles sont les valeurs admissibles pour le paramètre α ?

Question 3. Écrire un schéma de programme décrivant l'implémentation en machine de cet opérateur, pour un signal fini représenté par un tableau de N valeurs, en considérant le signal comme nul en dehors de ce domaine.

Question 4. Quelles sont les utilisations possibles, en traitement d'images, d'un opérateur de lissage ? Quel rôle joue le paramètre α dans l'opérateur S ci-dessus ?

Rappels :

$$\sum_{n=0}^{n=+\infty} a^n = \frac{1}{1-a} \text{ si } |a| < 1 ; \quad \sum_{n=0}^{n=+\infty} n a^n = \frac{a}{(1-a)^2} \text{ si } |a| < 1$$

$i = 0$
 tant que $(i < m)$ et $T[E+i] == M[i]$ $i++$;
 si $(i == m)$ alors imprimer E ;
 ~~$E++$~~

ent de séqu
ababa
↑ ↑

2

ère. L

etc. L

cteur

over to

très l

mer po

longu

aif se

temple

n note

Pratt

mot A
de f

4.
$$-1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad a \quad a$$

 Pour ℓ allant de 0 à $n-1$ faire
 Pour i allant de $\ell+1$ à $n-1$ faire
 si $\tau[\ell] == \tau[i]$ alors
 { tant que $\tau[\ell+i] == \tau[i+i]$ it++ }
 1 si $(\ell+i == j-1)$ alors imprimer ℓ
 fin pour
 fin pour